Jean-Pierre Rosset

Le réel
entre mathématiques et psychanalyse

Les nombres réels !
Lacan y fait souvent référence. Par exemple, dans le séminaire XIX, Ou.. pire il dit :
« Quand vous traitez de signifiants mathématiques... ceux qui ont un autre statut que nos petits signifiants sexués, qui ont un autre statut et qui mordent autrement sur le réel... il faudrait peut-être quand même essayer de faire prévaloir dans votre esprit qu'il y a au moins une chose de réelle... et que c'est la seule dont nous sommes sûrs... c'est le nombre.
Ce qu'on arrive à faire avec ! On en a fait pas mal !
Pour arriver jusqu'à construire les nombres réels... c'est-à-dire justement ceux qui ne le sont pas... il faut que le nombre, ce soit quelque chose de réel. »

Dans « L'homme sans gravité », Jean-Pierre Lebrun fait remarquer à Charles Melman que, pour rendre compte du réel, il lui est arrivé d'évoquer, à la suite de Lacan, le champ des mathématiques.

Charles Melman lui fait cette réponse :

> « En effet, il est arrivé à des mathématiciens, et en particulier à Cantor, de s'interroger sur le fait que la suite des nombres est infinie, que je puisse toujours écrire « plus un » et continuer indéfiniment.
>
> Ce mathématicien a très bien perçu que, du même coup, il y avait un infini à jamais inatteignable et donc hors champ de la représentation, hors champ de la réalité. Mais, la nouveauté de Cantor, c'est qu'il a procédé à la nomination de ce hors-champ, à son écriture, et qu'il l'a appelé « Aleph », l'infini que l'on ne saurait jamais atteindre, puisqu'il est toujours au-delà du chiffrage.
>
> Or, il s'est avéré que l'invention de cette écriture a été éminemment opérationnelle dans le champ des mathématiques. Nous pourrions dire que c'est le même travail qu'a effectué Lacan en écrivant « l'objet a », cet objet « cause du désir » qui ne fait pas partie de nos représentations, mais qu'il a pu néanmoins identifier et écrire.
>
> Un objet qui ne fait pas partie de notre réalité mais que nous avons à situer dans le réel. »

Si j'ai choisi ce passage de « L'homme sans gravité » c'est parce qu'il me paraît jeter de façon tout à fait opportune un pont entre les Mathématiques et la psychanalyse.

Si je pouvais résumer en peu de mots en quoi consiste la recherche en mathématiques je dirais, que :

« Le mathématicien tente d'écrire ce qui ne cesse pas de ne pas s'écrire. »

Mais cette tentative d'écriture a parfois des effets… de réel.

Ce recours à la formalisation, a un talon d'Achille.

C'est d'ailleurs ce que dit Gilles Chatenay, Psychanalyste, chargé de cours à l'Université de Nantes lors de son intervention « Le réel en jeu dans la formalisation même » au congrès de Cerisy sur le réel en mathématiques et psychanalyse (1999) :

> « Si le mot est le meurtre de la chose, dans la formalisation, le crime est presque parfait : […..]. La formalisation tue la chose, elle dé substantifie le réel ».

Aujourd'hui, je me propose donc de vous parler du réel entre mathématiques et psychanalyse. Pour cela il faut peut-être que je vous donne une définition, si tant est que cela soit possible, de ce que j'entrevois comme « Le réel ».

Y a-t-il « Le réel », « un réel », « des réels », « du réel » ?

Parfois, d'ailleurs, les psychanalystes parlent du réel de la science différent de celui de la psychanalyse sans oublier évidemment le réel de la philosophie.

Pour ma part, j'ai choisi de reprendre une phrase d'Élisabeth De Franceschi lors du séminaire de cette année, phrase qui me paraît correspondre le mieux à cette rencontre avec un effet de réel qui peut avoir lieu dans le cas précis d'un mathématicien de génie comme le fut Cantor, rencontre qui peut parfois être troublante, voire sidérante.

> « Je dirai pour ma part que le Réel ne s'attrape pas, ne se prend pas, mais se rencontre – parfois : c'est le Réel qui nous attrape et qui nous prend, nous sommes pris par/dans le Réel. Dans ces conditions, le Réel peut-il devenir objet de connaissance ou faire l'objet d'une connaissance ? »

C'est probablement cet effet de réel qui vient percuter Cantor lorsqu'il écrit à son collègue Dedekind :

« Je le vois, mais je ne le crois pas ».

Quelles sont les circonstances qui font écrire à Cantor ces lettres à son collègue de qui il attend fébrilement une réponse ?

Le 5 janvier 1874 Cantor pose le problème qui va ébranler toutes les mathématiques :

> « À propos des questions qui m'ont occupé ces derniers temps, je m'aperçois que, dans cet ordre d'idées, se présente aussi la suivante : est-ce qu'une surface (par exemple un carré, frontière comprise) peut être mise en relation univoque (en bijection) avec une courbe (par exemple un segment de droite extrémités comprises), de telle sorte qu'à tout point de la surface corresponde un point de la courbe, et réciproquement à tout point de la courbe un point de la surface ? »

Voici cette démonstration, qui, il est vrai avait de quoi, à l'époque, déranger les esprits les plus solides :

Cantor établit une bijection entre l'ensemble des points d'un carré de côté [0 ; 1], et cet intervalle lui-même. Mais, rappelons tout d'abord ce qu'est bijection.

Définitions d'une injection, d'une surjection puis d'une bijection :

Injection

On dit que $f : \mathcal{A} \to \mathcal{B}$ est une injection (application injective) si « deux éléments différents de $\mathcal{A}$ ont toujours des images différentes par f (dans $\mathcal{B}$) ». Ceci se traduit par : f est injective si :

« $\forall(x,x') \in \mathcal{A}^2 : (x \neq x') \Rightarrow (f(x) \neq f(x'))$ ».

Surjection

On dit que $f : \mathcal{A} \to \mathcal{B}$ est une surjection (application surjective) si « pour tout élément de $\mathcal{B}$, il existe au moins un antécédent par f dans $\mathcal{A}$ ». Ceci se traduit par : f est surjective si :

« $\forall y \in \mathcal{B}, \exists x \in \mathcal{A} \mid y = f(x)$ ».

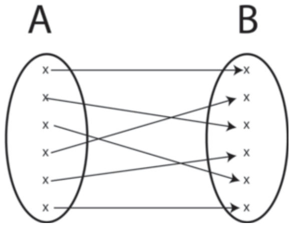
Bijection

On dit que $f : \mathcal{A} \to \mathcal{B}$ est une bijection (application bijective) si f est, à la fois, injective et surjective, autrement dit si tout élément de $\mathcal{B}$ possède un (surjection) et un seul antécédent (injection) dans $\mathcal{A}$ par f.

Ceci se traduit par f est bijective si :

« $\forall y \in \mathcal{B}, \exists! x \in \mathcal{A} \mid y = f(x)$ ». ($\exists!$ Signifie : il existe un et un seul.)

On parle aussi de correspondance bi-univoque : chaque élément de $\mathcal{A}$ est associé à un élément unique de $\mathcal{B}$ et réciproquement.



C’est en mettant en bijection un ensemble, celui des entiers naturels N = {0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ;….} avec d’autres ensembles que Cantor a prouvé, par exemple, que l’ensemble des nombres entiers naturels et l’ensemble des nombres entiers naturels pairs ont le même cardinal (le même nombre d’éléments) qu’il a appelé Aleph0.

De même on peut démontrer que l’ensemble des entiers naturels N = {0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ;….} et l’ensemble de leurs carrés {0 ; 1 ; 4 ; 9 ; 16 ; 25 ;….} ont le même cardinal qui est égal à Aleph0.

Un ensemble de nombres pouvant être mis en bijection avec l’ensemble des entiers naturels est dit « dénombrable », par exemple, l’ensemble des nombres rationnels.

Lorsque deux ensembles de nombres peuvent être mis en bijection ils ont donc le même cardinal et sont dits équipotents.

Cantor ne s’est évidemment pas arrêté là puisqu’il a ensuite démontré à l’aide de l’argument diagonal que l’ensemble des nombres réels n’était pas dénombrable ce qui lui a fait attribuer à cet ensemble le cardinal Aleph1.

Il a ainsi démontré qu’il existe des infinis de différents ordres et ceci à l’infini ayant pour cardinaux Aleph0, Aleph1, etc.

Revenons donc à cette démonstration de Cantor.

Tout point P de l’intérieur du carré peut être représenté de façon univoque par ses coordonnées cartésiennes x et y.

Comme ce carré a pour côté [o, 1], on peut les écrire :
x = o, a1, a2, a3... (par exemple, x = o, 276…)
Y = o, b1, b2, b3... (par exemple, y = o, 582…)

Il découpe alors ces écritures en séparant les décimales a1, a2, a3, etc. et b1, b2, b3, etc.

En recombinant ensuite ces décimales, il peut écrire un nouveau nombre m :

m = 0, a1, b1, a2, b2, a3, b3... (soit, dans notre exemple : 0, 257862…)

Ce nombre appartient à [o, 1], il correspond donc à un point sur le côté.

Ce point est déterminé de façon univoque à partir de x et y, c'est-à-dire à partir de P.

De plus, on peut faire l'opération inverse : à partir d'un point quelconque de [o, 1], par séparation et recomposition des décimales, on obtient les coordonnées d'un et un seul point de la surface du carré.

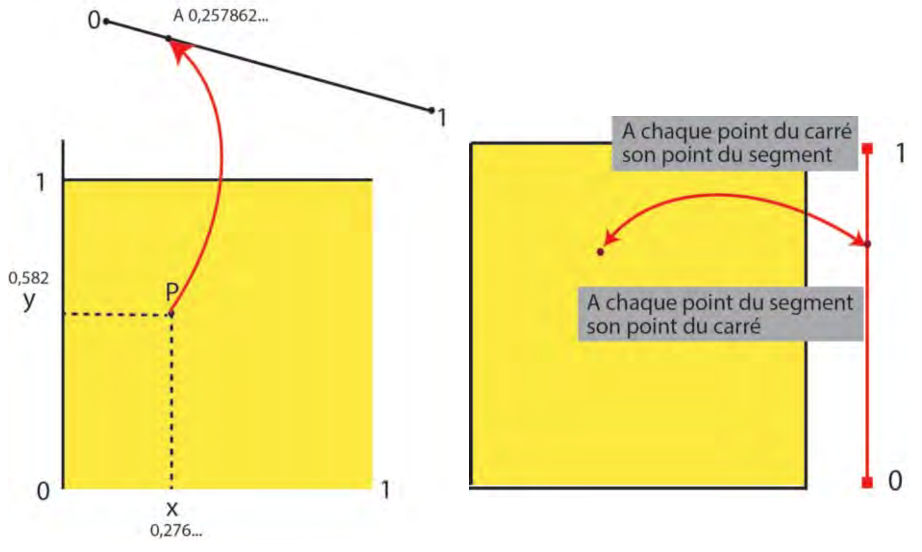
Donc, il y a une bijection entre l'ensemble des points de l'intérieur de la surface du carré de côté

[0 ; 1] Et ceux de ce même côté.

Supposons un point B sur le segment d'abscisse 0, 457931…..

En décomposant selon la même méthode le nombre 0,457931….. on obtient :

x = 0,473… et y = 0,591…. Ce qui correspond à un et un seul point N du carré.



Qu'est ce qui trouble autant Cantor ?

Son intuition imaginaire de l'espace est mise en défaut. Comment une surface à deux dimensions (dans la géométrie euclidienne) peut-elle avoir autant de points qu'un segment qui n'en a qu'une ?

Or, l'opération sur les décimales à laquelle procède Cantor n'est qu'une spéculation abstraite. En fait elle n'est plus directement liée à la géométrie.

À ce moment-là, le symbolique et l'imaginaire semblent se détacher et l'on peut dire que tous les repères disparaissent. On est dans le hors sens.

Ce ne sera pas la dernière fois que Cantor sera confronté ainsi aux effets dévastateurs du calcul.

Le 20 juin 1877, Cantor adresse à Dedekind une démonstration de ce résultat troublant : il existe une bijection entre le côté d'un carré et l'intérieur d'un carré, c'est-à-dire entre un objet de dimension 1 et un objet de dimension 2.

Le 25 juin, Georg Cantor envoie à son collègue une nouvelle démonstration. N'ayant pas de réponse immédiate, il écrit alors le 29 juin ces phrases :

> « Ce que je vous ai communiqué tout récemment est pour moi si inattendu, si nouveau, que je ne pourrai pour ainsi dire pas arriver à une certaine tranquillité d'esprit avant que je n'aie reçu, très honoré ami, votre jugement sur son exactitude. Tant que vous ne m'aurez pas approuvé, je ne puis que dire :
> « Je le vois, mais je ne le crois pas ! » »

Le 2 juillet 1877, Dedekind répond enfin :

> « Cher ami, je suis entièrement convaincu par votre démonstration. »

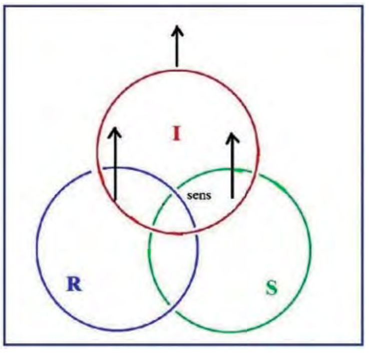
La réponse de Dedekind vient au secours de son collègue pour colmater la faille ouverte par cette découverte surprenante. Il n'y a plus de carré et de segment mais deux ensembles, l'un étant l'ensemble [0 ; 1] x [0 ; 1] (ensemble des couples formés par les réels compris entre 0 et 1 bornes de l'intervalle comprises) et l'autre étant [0 ; 1] (ensemble des réels compris entre 0 et 1 bornes de l'intervalle comprises).

La théorie des ensembles vient redonner du sens à ce résultat, elle rétablit du moins pour un temps une suture entre imaginaire et symbolique.

On peut alors penser que, comme pour Joyce dont parle Lacan dans Le sinthome, l'écriture mathématique et plus précisément la théorie des ensembles vient faire sinthome pour Cantor, c'est-à-dire se mettre en place de quatrième nœud pour arrimer les bouts de ficelle du symbolique et de l'imaginaire.

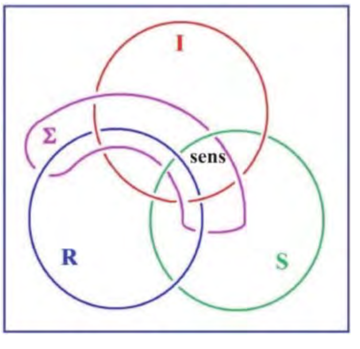
Ce résultat étonnant et ses théories ultérieures suscitèrent le scepticisme de beaucoup de ses collègues et de nombreuses critiques lui furent adressées, en particulier de la part de Kronecker qui fut son maître à l'université et qui essaya de l'empêcher de publier certains de ses résultats.

Voici ci-dessous un nœud borroméen possible correspondant à cette hypothèse :



On voit le rond de l'imaginaire se détacher du symbolique mais il est à remarquer que ce n'est qu'un semblant de nœud car les ronds de ficelle ne sont pas entrelacés.

Dans le nœud suivant le sinthome Σ serait donc l'écriture mathématique, voire la théorie des ensembles.



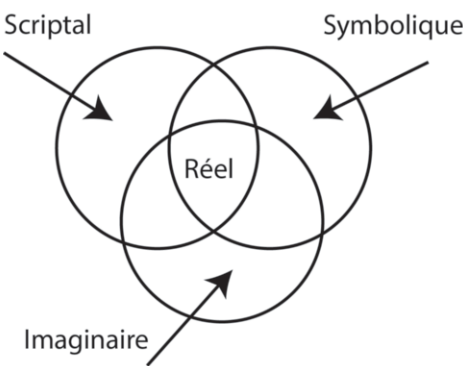
Une autre hypothèse fort intéressante a été formulée dans un article intitulé « Rigueur psychotique et réel de la science ».

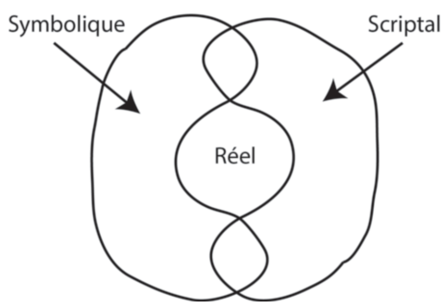
Dans cet article, l'auteur, le psychanalyste Alain Cochet, faisant un commentaire de l'ouvrage de *G. Lombardi, L'aventure mathématique, Éditions du Champ lacanien, 2005* écrit au sujet de Cantor :

> « Si la psychose est un essai de rigueur, comme l'indiquait Lacan dans sa conférence de Yale en 1977, alors le mathématicien psychotique se trouve avantagé dans son entreprise.»
>
> Notons qu'il trouve appui sur un nouage inédit entre le Symbolique et le Scriptal (nœud scriptal) défini comme Ordre du nombre c'est-à-dire comme ordre de la lettre à entendre comme indépendant de celui du langage, qui fait l'économie de l'Ordre de l'Imaginaire. Le nœud obtenu délimite un faux-trou (c'est-à-dire un trou qui disparaît si l'on sépare sans coupure les consistances), lieu où il convient de placer le Réel. Mais cette position nodale ne tient jamais très longtemps, car elle a un coût psychique lié à la destitution du sujet qu'elle entraîne. Tout le drame subjectif du savant se trouve ici résumé de manière radicale, autour de cette oscillation constante entre destitution et réintroduction du sujet. »

Les schémas des deux nouages sur lesquels il s'appuie sont les suivants :

Pour penser ce qui se trouve ici en jeu le premier correspond à la structure borroméenne ; le second à l'aménagement psychotique de Cantor.





Suite à cette incursion dans l'univers de Cantor, je reviens vers Lacan et son approche du réel par l'intermédiaire de la formalisation et des nombres.

La formalisation, chez les mathématiciens s'est faite, entre autres, à partir de l'étude des nombres, de ces nombres dit Lacan, dont le statut mord autrement sur le réel.

Les nombres réels !

Lacan y fait souvent référence. Par exemple, dans le séminaire XIX, Ou.. pire il dit :

> « Quand vous traitez de signifiants mathématiques… ceux qui ont un autre statut que nos petits signifiants sexués, qui ont un autre statut et qui mordent autrement sur le réel… il faudrait peut-être quand même essayer de faire prévaloir dans votre esprit qu'il y a au moins une chose de réelle… et que c'est la seule dont nous sommes sûrs… c'est le nombre.
>
> Ce qu'on arrive à faire avec ! On en a fait pas mal !
>
> Pour arriver jusqu'à construire les nombres réels… c'est-à-dire justement ceux qui ne le sont pas… il faut que le nombre, ce soit quelque chose de réel. »

Dans le séminaire, Lacan a eu recours aux nombres entiers, aux nombres binaires, aux nombres complexes, etc..

Un nombre qui a retenu tout particulièrement son attention et qu'il a utilisé dans le séminaire *La logique du fantasme* et dans *RSI* est ce célèbre nombre d'or dont nous allons voir la signification.

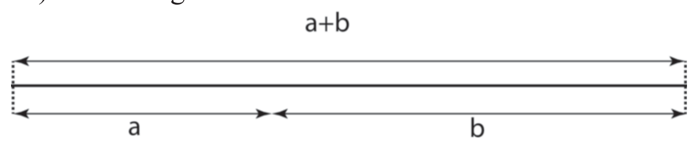
Le nombre d'or existait déjà dans l'antiquité :

Ce nombre constitue la réponse à une question que se posaient les anciens :

« Comment partager harmonieusement une quantité en deux parties ? », par exemple un segment de droite…

Si on appelle respectivement a et b les longueurs des deux parties du segment alors la longueur totale du segment sera a + b : On cherche la position du point de partage tel que la valeur du rapport b/a est égal à celle du rapport (a + b)/b

Voici le schéma de la position du point de partage telle que les rapports b/a et (a + b)/b soient égaux :



Appelons x la valeur des deux rapports égaux b/a et (a + b)/b, on a donc :

b/a = (a + b)/b = x par ailleurs a/b = 1/x

De cette égalité il résulte :

Cette équation du second degré $x^2 - x - 1 = 0$ admet deux solutions dont l'une positive vaut :

On a : $\frac{b}{a} = \frac{a+b}{b}$ or $\frac{a+b}{b} = \frac{a}{b} + \frac{b}{b} = \frac{a}{b} + 1$

donc on obtient : $\frac{b}{a} = \frac{a}{b} + 1$

ainsi en appelant x le quotient $\frac{b}{a}$ on obtient : $x = \frac{1}{x} + 1$

ou en multipliant chaque membre par x : $x^2 = 1 + x$

$$\text{Phi} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1{,}618033988\ldots..$$

Ce nombre appelé depuis 1914, nombre d'or et noté Phi est donc le rapport entre deux quantités dans lequel la proportion des parties est la même que la proportion du tout par rapport à l'une des parties. On appelle cette façon de partager : «Partage en extrême et moyenne raison» ou «Section d'Or» ou encore «Divine Section». De nombreux mathématiciens, artistes, architectes l'ont étudié ou s'y sont référés.

Par exemple, dans un rectangle d'or les deux dimensions vérifient :

$$\text{Longueur/largeur} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Mais comment les Grecs faisaient-ils pour tracer un Rectangle d'Or, puisque sans calculatrice il semble impossible de disposer du Nombre d'Or ?

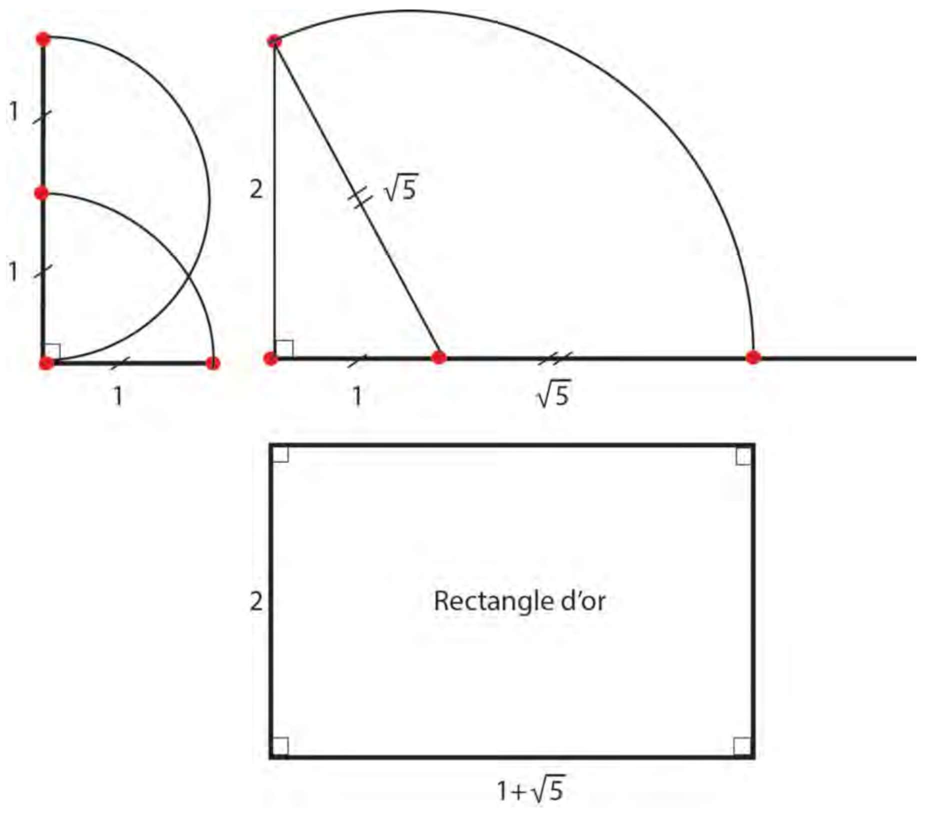
La construction du rectangle d'or se fait avec un compas et une équerre et en utilisant le théorème de PYTHAGORE : ''Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des côtés de l'angle droit''.

Construction d'un Rectangle d'Or avec règle, équerre et compas.

Figure 1 en haut à gauche : on commence par tracer un angle droit sur l'un des côtés duquel on choisit une longueur quelconque que l'on prend comme unité (segment horizontal noté 1). Puis avec le compas on reporte deux fois cette longueur sur l'autre côté de l'angle droit.

Figure 2 en haut à droite : on obtient alors un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 1 et 2. On trace l'hypoténuse (côté opposé à l'angle droit) et on en calcule la longueur grâce au fameux théorème de Pythagore : $2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5$ donc l'hypoténuse mesure $\sqrt{5}$. On prolonge alors le côté horizontal de l'angle droit sur lequel on reporte la longueur $\sqrt{5}$.

Figure 3 en bas : en traçant avec l'équerre les deux côtés manquants, on obtient un rectangle dont les longueurs des côtés sont $1 + \sqrt{5}$ et 2 ce qui donne un rapport égal au Nombre d'Or, donc le rectangle ainsi tracé est un Rectangle d'Or.



Mais pourquoi ce nombre d'or dans le séminaire de Lacan ?

Selon Lacan, la logique du fantasme relève d'une solution algébrique. Il nous parle du fantasme en utilisant une proportion pour approcher l'irrationalité propre à l'objet des fantasmes.

Il choisit donc comme support algébrique de l'objet a le nombre 1/phi c'est-à-dire l'inverse du nombre d'or.

Cet objet a prend la valeur de a = 1/Phi (1/a = Phi $\Longleftrightarrow$ a = 1/Phi).

a = 0,6180339887…..

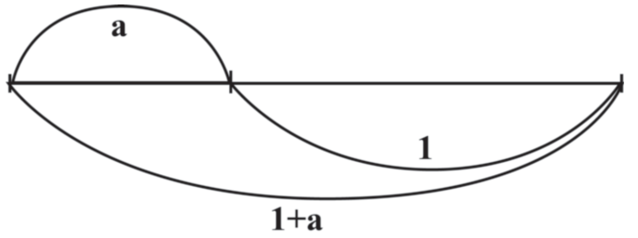
Ainsi l'objet a du fantasme se mesure à l'Un de notre pensée unifiante du couple. C'est donc comme produit a de l'acte sexuel qu'on se mesure avec son propre manque à ce champ de l'Un.

Il fait donc une suite de projections sur ce Un et à chaque projection il calcule la mesure du reste. La mesure du reste pour la première projection sera égale à :

$a^2 = 1 - a$

Ensuite, après chaque nouvelle projection le calcul de ce qui reste se fera en utilisant les propriétés du nombre a selon le schéma ci-dessous :

Lacan utilise la proportion ci-dessous vérifiée par le nombre a :



$$\frac{1}{a} = \frac{1+a}{1} \qquad \frac{a}{1} = \frac{1}{1+a}$$

Dont on peut déduire l'égalité : $a + a^2 = 1$ elle-même équivalente à l'égalité : $1 - a = a^2$

Puis en multipliant membre à membre chaque fois cette dernière égalité par a il obtient ainsi :

$$a \times (1 - a) = a \times a^2 \Longrightarrow a - a^2 = a^3 \longleftarrow \text{Reste}$$

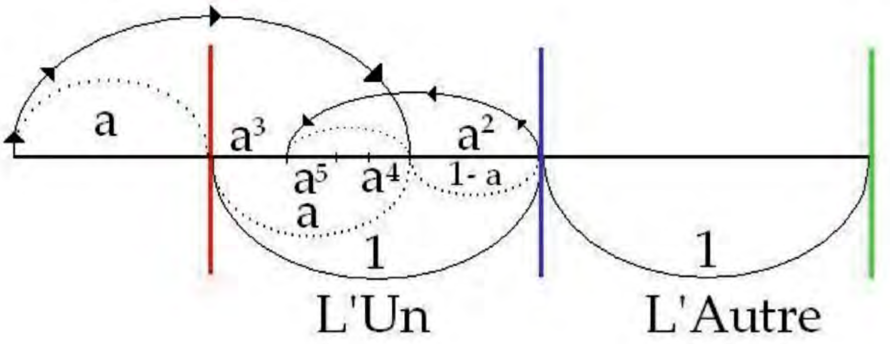
$$a \times (a - a^2) = a \times a^3 \Longrightarrow a^2 - a^3 = a^4 \longleftarrow \text{Reste}$$

$$a \times (a^2 - a^3) = a \times a^4 \Longrightarrow a^3 - a^4 = a^5 \longleftarrow \text{Reste}$$

Le reste étant représenté sur la figure de la logique du fantasme par un segment de longueur égale à une puissance de a.

Lacan explique sa démarche :

> «… je désigne d'ici [trait rouge] à ici [trait bleu] nous avons la valeur 1.
>
> À la condition de donner cette valeur 1 à ce segment, nous pouvons nous contenter, dans ce qu'il s'agit, à savoir le rapport dit de « moyenne et extrême raison », de lui donner purement et simplement la valeur a/1.
>
> Ce qui veut dire, en l'occasion, que nous avons posé que le rapport a/1, en outre, est égal, est le même que le rapport de : 1 / 1 + a.



> Ce dessin est imparfait, […] en ce sens qu'il n'est pas fini, que la même longueur 1 qui définit le champ petit (a) [dans le 1 de L'Un] devrait être reproduite ici [dans le 1 de L'Autre].

[…] ces deux segments… nommément celui – ci [Le 1 de L'Un], et celui qui n'est point terminé [Le 1 de L'Autre],… sont, si vous voulez, qualifiables de l'Un, et de l'Autre :

l'Autre au sens où je l'entends ordinairement le lieu de l'Autre, grand A, le lieu où s'articule la chaîne signifiante et ce qu'elle supporte de vérité.

Ce sont – là les termes de la dyade essentielle où a à se forger la trame de la subjectivation du sexe.

l'Autre est […] une matrice à double entrée, dont le petit (a) constitue l'une de ces entrées, et dont l'autre… qu'allons-nous en dire ?

Est-ce l'Un du signifiant ? »

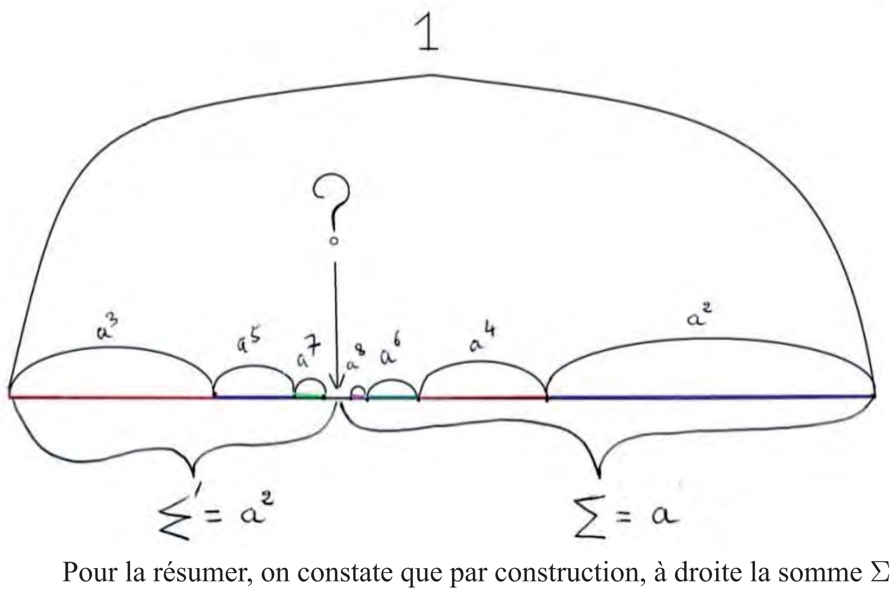
Cette « démonstration » faite dans le séminaire La logique du fantasme, Lacan y revient encore dans RSI pour parler du nombre d'or puis à nouveau dans la troisième à propos du réel et de l'objet a cause du désir.

À propos de cette « démonstration » il dit dans La troisième :

« Le réel n'est pas le monde. Il n'y a aucun espoir d'atteindre le réel par la représentation. [….]. Le réel, du même coup, n'est pas universel, ce qui veut dire qu'il n'est tout qu'au sens strict de ce que chacun de ses éléments soit identique à soi-même, mais à ne pouvoir se dire tous. Il n'y a pas de «tous les éléments», il n'y a que des ensembles à déterminer dans chaque cas. [….].

Enfin, quand je pense que je me suis amusé pendant un moment à faire un jeu entre ce S1 que j'avais poussé jusqu'à la dignité du signifiant Un, que j'ai joué avec ce Un et le petit a en les nouant par le nombre d'or, ça vaut mille !

Ça vaut mille, je veux dire que ça prend portée de l'écrire. En fait, c'était pour illustrer la vanité de tout coït avec le monde, c'est-à-dire de ce qu'on a appelé jusqu'ici la connaissance. »



Pour la résumer, on constate que par construction, à droite la somme Σ des restes est une somme de puissances paires de a qui est représentée par un segment dont l'extrémité gauche s'approche de plus en plus de la faille.

….. et à gauche la somme Σ' des restes est une somme de puissances impaires de a représentée par un segment dont l'extrémité droite s'approche de plus en plus de la faille :

Chaque espace a^n(représenté sur la figure par un segment devenant de plus en plus petit) est fermé, borné et de plus en plus petit. Ce segment vient s'encastrer dans la faille de la castration ou encore au point d'accumulation (que définit la propriété de Bolzano – Weierstrass).

Propriété de Bolzano – Weierstrass :

Soit (un) une suite de réels. Un 'point d'accumulation' de cette suite est un nombre réel *l* possédant la propriété suivante :

$\forall \varepsilon > 0$ on peut trouver une infinité de valeurs de n pour lesquelles $|u_n - l| < \varepsilon$

Ou encore

l est un point d'accumulation de la suite (un) si et seulement si :

$\forall N \in \mathcal{N}\ \exists n > N$ tel que $|u_n - l| < \varepsilon$

Lorsqu'on détermine la limite de ces deux sommes qui sont les sommes des termes consécutifs d'une suite géométrique on obtient :

$a = 0{,}618..........$ donc $|a| < 1$ donc $|a^2| < 1$

La raison de ces deux suites vérifie : $|q| < 1$

La suite géométrique des n premiers termes de raison $q = \boldsymbol{a}^2$ et de premier terme $\boldsymbol{a}^2$ a pour limite :

$$\lim_{n \to \infty} (\boldsymbol{a}^2 + \boldsymbol{a}^4 + \boldsymbol{a}^6 + \boldsymbol{a}^8 + \ ...... + \boldsymbol{a}^{2n}) = \frac{\boldsymbol{a}^2}{1 - \boldsymbol{a}^2} = \frac{\boldsymbol{a}^2}{\boldsymbol{a}} = \boldsymbol{a}$$

La suite géométrique des n premiers termes de raison $q = \boldsymbol{a}^2$ et de premier terme $\boldsymbol{a}^3$ a pour limite:

$$\lim_{n \to \infty} (\boldsymbol{a}^3 + \boldsymbol{a}^5 + \boldsymbol{a}^7 + \boldsymbol{a}^9 + \ ...... + \boldsymbol{a}^{2n+1}) = \frac{\boldsymbol{a}^3}{1 - \boldsymbol{a}^2} = \frac{\boldsymbol{a}^3}{\boldsymbol{a}} = \boldsymbol{a}^2$$

Pour la première suite, celle de droite :$\Sigma = a$ et pour la deuxième, celle de gauche : $\Sigma' = a^2 = 1 - a$

C'est-à-dire, comme le dit Lacan, qu'il n'y a jamais aucune raison que le recouvrement de l'un par l'autre se termine.

Que la différence sera aussi petite qu'on peut la figurer, qu'il y a même une limite mais qu'à l'intérieur de cette limite, il n'y aura jamais conjonction, copulation quelconque du 1 au (a).

Le 1 – a sera toujours égal à cet a² !

Le fait que Lacan s'inspire du modèle mathématique et du rapport avec la logique n'implique pas nécessairement que l'on doive confondre le réel en jeu dans la science et le réel en jeu dans le symptôme qui est celui de l'opération psychanalytique.

Mais, le réel en jeu dans la science est-il vraiment le même que dans cette discipline scientifique à part que représentent les mathématiques ?

Pourquoi ne pas se poser la question puisque depuis le début de ce séminaire 2012-2013 nous avons pu constater différentes approches du réel donnant lieu à des définitions pas toujours équivalentes.

D'ailleurs, la rencontre avec le réel n'est-elle pas unique pour chaque sujet ?

Est-ce qu'il y a un réel, du réel, des effets de réel, deux réels comme par exemple, celui de la science et celui de la psychanalyse.

La découverte mathématique précède en général les découvertes des sciences expérimentales qui, elles, partent toujours d'une certaine réalité. Et ce n'est que lorsqu'une théorie mathématique a été élaborée que certaines théories scientifiques peuvent enfin être construites.

Sans le calcul intégral, pas de fonction d'onde !

Sans le calcul booléen pas d'ordinateur !

Mais pourtant, le calcul booléen a aussi permis à Boole d'écrire son livre « Les lois de la pensée. », dans lequel, il voulait réaliser le projet à la fois logique, mathématique et philosophique de dévoiler les lois ultimes de l'entendement.

Or, depuis la deuxième moitié du XIXe siècle la recherche mathématique a fait un pas de géant et l'on est passé de l'intuition imaginaire à l'intuition symbolique avec Cantor, Gödel et Dedekind, entre autres.

On est très loin aujourd'hui du mathématicien qui observait le carré pour en définir ensuite les propriétés….

Je pense pour ma part que Les mathématiques représentent une science à part et que le réel en jeu ou plutôt les effets de réel en mathématique sont peut-être spécifiques aux mathématiques mais ça ne reste qu'une hypothèse.

Toutefois, même si la science s'efforce de forclore le sujet il n'en demeure pas moins qu'il est là au cœur de sa recherche et donc susceptible à tout moment de rencontrer ces effets de réel. Il n'en est pas plus protégé que les non-mathématiciens !

Néanmoins, pour Lacan les mathématiques ont représenté la voie royale d'accès au réel de la structure, au moins pendant une grande partie de sa vie.

Pour situer la place du réel entre mathématique et psychanalyse je terminerai donc cet exposé en citant un passage du séminaire Encore et en vous montrant un schéma, celui des suites de Fibonacci :

Dans *Encore*, Lacan parle du réel et de la formalisation.

> « C'est là, que ce qui peut nous venir à dire du réel, se distingue, car le réel… si vous le prenez tel que j'ai cru, au cours des temps, temps qui sont ceux de mon expérience… le réel ne saurait s'inscrire que d'une impasse de la formalisation.
>
> Et c'est en quoi j'ai cru pouvoir en dessiner le modèle de la formalisation mathématique, en tant qu'elle est l'élaboration la plus poussée qu'il nous ait été donné de produire, l'élaboration la plus poussée de la signifiance. »

Est-ce cette impasse de la formalisation qui l'a entraîné ensuite vers le nœud borroméen ?

Pour ma part, cette impasse de la formalisation je la vois dans la suite de Fibonacci :

La suite de Fibonacci tient son nom du mathématicien italien Leonardo Fibonacci, qui a vécu à Pise au XIIe siècle (1175-1240), d'où son nom de Léonard de Pise, en référence à Léonard de Vinci.

Elle est définie de la façon suivante :

Soit U = (un). On a $u_0 = 1$ et $u_1 = 1$ et pour tout $n \geq 1$, $u_{n+1} = u_n + u_{n-1}$.

Cette définition revient à construire une suite selon la règle suivante : à l'exception des deux premiers, chaque terme de la suite est égal à la somme des deux termes qui le précèdent immédiatement :

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89,…

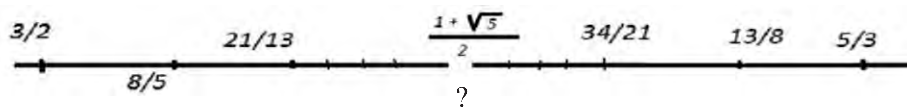
Or, le rapport de deux nombres consécutifs de la suite est alternativement supérieur et inférieur au nombre d'or qui vaut exactement 1.61803398…

En effet : 3/2 = 1,5 ; 5/3 = 1.666… ; 8/5 = 1,6 ; 13/8 = 1.625 ; 21/13 = 1.61538… ; 34/21 = 1.61904… et ainsi de suite… plus on avance dans la suite de Fibonacci, plus l'écart s'amenuise, et plus le rapport des deux nombres successifs (le plus grand/le plus petit) tend vers la valeur du nombre d'or 1,61803… !

On écrit :

$$\lim_{n \to \infty} \frac{un + 1}{un} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Ce qui donne le schéma suivant :



Voilà, on peut se faire une idée du réel, ou du moins d'un effet de réel, en admettant que cela soit possible, en le « localisant », inscrit dans son absence, ou dirais-je dans son absence-présence, dans la faille désignée par ce ?

Le réel serait alors comme cette limite inatteignable mais qui pourtant existe bel et bien… et qui nous rencontre parfois au moment où on l'attend le moins et avec quels effets !

Toujours approché ou rencontré mais à jamais impensable et irreprésentable.

« On le voit ou plutôt on le « sent passer » mais on continue à ne pas le croire ! »